

# Gráfok fogalma és ábrázolása. Alapvető gráfalgoritmusok

## Háló- (gráf-) algoritmusok

- Háló:  $G=(V,E)$ , ahol  $V$  (vertex): csomópontok/csúcsok halmaza,  $E$  (edge): élek/ívek halmaza
- Élek egyediek, azaz Innen  $\square$  Oda csak egyetlen él vezethet
- Ritka háló: ha  $|E|$  sokkal kisebb, mint  $|V|^2$
- Hálók ábrázolási módjai:
  1. Csúcsmátrixszal (sűrű hálókra)
  2. Szomszédsági listával (ritka hálókra)
  3. Éllistával (nem lehetnek egyedülálló pontok)
- Irányított/irányítatlan hálók (honnan  $\rightarrow$  hová  $\leftarrow \rightarrow$  hová  $\rightarrow$  honnan)
- Súlyozott hálók:  $w:E \rightarrow \mathbb{R}$  súlyfüggvény

## További fogalmak

- Csomópont elődje: ahonnan él visz a csomópontba
- Csomópont utódja: ahová a csomópontból él visz
- Élek: csomópontok feletti relációk. Metarelációk:
  - Szimmetria: meghat. él esetén annak megfordítottja is létezik (irányítatlannál mindig)
  - Antiszimmetria: bármely két pont közt csak egy irányban található él
  - Transitivitás: 2 olyan pontja közt, melyek közt van 2 lépésből álló irányított séta, létezik közvetlen összeköttetés is azonos irányba.
  - Reflexivitás: minden csomópontjánál van hurokél.
- Nyelő: csomópont, aminek nincsen utódja
- Forrás: csomópont, aminek nincsen elődje
- Fa: olyan gráf, csomópontjainak legfeljebb egyetlen elődje, és legfeljebb egyetlen forrása (gyökere) van, és több nyelője (levele) is lehet.
- Körmentes háló: innen  $\rightarrow$  ide eljutni sem közvetlenül, sem közvetve nem lehetséges
- Út a hálóban a-tól z-ig:  $a \rightarrow b, b \rightarrow c, \dots, y \rightarrow z$  élsorozat
- Egyedülálló (szinguláris) csomópont, ha legfeljebb sajátmagával van összekötve
- Egybefüggő a háló, ha minden két csomópontja között létezik összekötő út (figyelem!! Rossz definíció!!)
- Széteső (disjoint) a háló, ha vannak csomópontok, amelyek között nincs összekötő út

Csúcsmátrix: inkább sűrű hálókra, de egyszerűbbek az algoritmusok

- átlója az önmagából önmagába futó élek
- irányítatlan gráfnál az átlóra szimmetrikus

Szomszédsági listák: helytakarékos az ábrázolás, különösen ritka hálókra, viszont bonyolultabbak az algoritmusok

Éllisták: csak egyedülálló pontok nélküli hálókra (összekötött pontpárokat tároljuk)

### **Alapvető hálóalgoritmusok**

- Adott csomópont elődeinek-utódainak-szomszédainak meghatározása
- Gráf transzponáltja: minden él irányításának megfordítása (csúcsmátrix: tükrözés az átlóra)
- Gráf komplementere: minden él az ellentettjére változik (csúcsmátrix: invertálás)
- Szimmetrikus lezárás: egyesítés a transzponálttal
- Tranzitív lezárás: minden  $A \rightarrow B$ ,  $B \rightarrow C$  út esetében az  $A \rightarrow C$  él felvétele