

Vizsgakérdések, Numerikus analízis 2.

Definíciók, Tételek

1. Mit ért egy mátrix sajátértékén és sajátvektorán? **3p**
2. Definiálja az A négyzetes mátrix spektrumát! **1p**
3. Definiálja az A négyzetes karakterisztikus polinomját! **1p**
4. Mi a kapcsolat a mátrix karakterisztikus polinomja és sajátértékei között?
5. Mit ért a mátrix sajátalterén? **2p**
6. Definiálja a mátrix sajátértékének algebrai és geometria multiplicitását? **2p**
7. Mikor mondjuk, hogy két mátrix hasonló? **2p**
8. Mi a kapcsolat hasonló mátrixok sajátértékei között? **1p**
9. Mikor nevezünk egy mátrixot diagonalizálhatónak? **1p**
10. Mit tud a nem szinguláris mátrix inverzének sajátértékeiről és sajátvektorairól? **2p**
11. Mit tud az A mátrix A^k hatványának sajátértékeiről és sajátvektorairól? **2p**
12. Mondja ki a Schur-tételt! **2p**
13. Mikor nevezünk egy mátrixot normálisnak? **1p**
14. Mondja ki a normális mátrix diagonalizálhatóságáról szóló tételt! **2p**
15. Mondja ki a Gersgorin-tételt! **2p**
16. Mondja ki az általánosított Gersgorin-tételt! **2p**
17. A Gersgorin tétel javítása diagonális hasonlósági transzformációval. **2p**
18. A sajátérték probléma érzékenysége. Becslés a reziduális hibával. **3p**
19. Mondja ki a Bauer-Fike tételt! **2p**
20. Írja fel a tridiagonális mátrix karakterisztikus polinomját előállító rekurziót! **2p**
21. Definiálja a hatvány-módszert (von Mises algoritmus) és mondja ki a tételt a konvergenciáról! **3p**
22. Definiálja a inverz iterációt mondja ki a tételt a konvergenciáról! **3p**
23. Mit mondhatunk az $A - pI$ mátrix sajátértékeiről és sajátvektorairól ha az A mátrix sajátértékeit és sajátvektorait ismerjük? **2p**
24. Mondja ki a rangszámcsökkentés módszerének alapját adó tételt! **3p**

25. Mondja ki a tételt, amely az affin-transzformációk felírására alkalmas! **2p**
26. Írja fel az x tengelyre való tükrözés mátrixát! **2p**
27. Írja fel az y tengelyre való tükrözés mátrixát! **2p**
28. Írja fel az $y = x$ egyenesre való tükrözés mátrixát! **2p**
29. Írja fel az origón átmenő tetszőleges egyenesre való tükrözés mátrixát! **4p**
30. Írja fel az origó körüli $\varphi \in [0, 2\pi)$ szöggel való forgatás mátrixát! **4p**
31. Írja fel a forgatva nyújtás mátrixát! **2p**
32. Írja fel a nyírás mátrixát, melynek a tengely az x -tengely! **3p**
33. Mit értünk egy pont homogén koordinátái alatt? **2p**
34. Mit értünk egy pont normalizált homogén koordinátái alatt? **2p**
35. Ismertesse a sík pontjainak homogén koordinátás alakja esetén használható affin transzformációs mátrix részeit és szerepüket! **3p**
36. Írja fel a közönséges elsőrendű explicit kezdetiérték probléma általános alakját! **2p**
37. Mondja ki a fokozatos közelítések módszerének alapjául szolgáló tételt! **3p**
38. Mondja ki a Taylor-sor módszer alapjául szolgáló tételt! **3p**
39. Írja fel az egy lépéses Euler-módszer által meghatározott rekurziót! **2p**
40. Írja fel a Runge-Kutta módszerek általános alakját, ismertesse a paramétereket és elnevezésüket! **4p**
41. Írjon fel egy maximális pontossági rendű $m=1$ szintes Runge-Kutta módszert! **2p**
42. Írjon fel egy maximális pontossági rendű $m=2$ szintes Runge-Kutta módszert! **2p**
43. Írjon fel egy maximális pontossági rendű $m=3$ szintes Runge-Kutta módszert! **2p**
44. Írjon fel egy maximális pontossági rendű $m=4$ szintes Runge-Kutta módszert! **2p**

Bizonyítások, Algoritmusok, Levezetések

1. Igazolja, hogy a mátrix adott sajátértékéhez tartozó sajátvektorok a nullvektorral kiegészítve alteret alkotnak! **6p**
2. Igazolja, hogy a karakterisztikus polinom invariáns a hasonlósági transzformációra! **4p**
3. Igazolja, hogy szimmetrikus mátrix sajátértékei valósak! **3p**
4. Mondja ki és igazolja a Schur-tételt! **6p**
5. Mondja ki és igazolja a normális mátrix diagonalizálhatóságáról szóló tételt! **6p**
6. Mondja ki és igazolja a Gersgorin-tételt! **6p**
7. Igazolja, hogy a Fagyeyev-féle trace módszer helyes! **4p**
8. Igazolja a hatvány-módszer konvergenciájáról szóló tételt! **3p**

9. Igazolja a rangszámcsökkentés módszerének alapját adó tételt! **6p**
10. Ismertesse a Jacobi-módszert és nevezze meg a leggyakoribb változatait! **5p**
11. Igazolja, hogy a Jacobi-módszer során előállított mátrix-sorozat diagonális mátrixhoz konvergál! **4p**
12. Ismertesse az LU-algoritmust és írja le azt is, mire alkalmazható! **4p**
13. Ismertesse az QR-algoritmust és írja le azt is, mire alkalmazható! **4p**
14. Vezesse le az egylépéses Euler-módszert! **4p**
15. Ismertesse a többlépéses Euler-módszert! **4p**

Irodalomjegyzék

- [1] Gergő L.: *Numerikus módszerek*, ELTE 2000.
- [2] Krebsz A.: *Numerikus analízis jegyzet* <http://numanal.inf.elte.hu/krebsz/>
- [3] Móricz F.: *Numerikus módszerek az algebrában és analízisben*, Polygon, 1997.
- [4] Sövegjártó A.: *Numerikus Analízis*, <http://numanal.inf.elte.hu/soveg/>
- [5] E. Suli, D. F. Mayers: *An Introduction to Numerical Analysis*, Cambridge University Press 2003.
- [6] Virág J.: *Numerikus matematika*, JATEPress, 1997.