10. Eloszlás-, illetve sűrűségfüggvényekre vonatkozó általános tételek (egy- és kétváltozós eset). Peremeloszlások, peremsűrűségek meghatározása.

<u>Eloszlásfüggvény</u>: P(X<c)

I. Tétel: Ha F(x) az X valószínűségi változó eloszlásfüggvénye, akkor P(a<=x<=b) = F(b) – F(a)
Biz.: A = (x<a) ; B= (x<b) ; C = (a<=x<b) között fennállnak a következő összefüggések: A része B-nek és C = B-A
Így P(a<=x<b) = P(C) = P(B) – P(A) = P(x<b) – P(x<a) = F(b) –F (a)

II. Tétel: Az eloszlás monoton növekvő, azaz ha $x_1<x_2$ akkor $F(x_1)<=F(x_2)$
Biz.: A = $(x< x_1)$; B= $(x< x_2)$ események
Mivel $x_1<x_2$, A része B-nek, ezért P(A)<= P(B) tehát $P(x< x_1) <= P(x< x_2)$ tehát $F(x_1)<=F(x_2)$

<u>Sűrűségfüggvény</u>: A folytonos eloszlásfüggvények jellemzésére a sűrűségfüggvényüket használjuk. Ha X folytonos valószínűségi változó, Melynek eloszlásfv-je F(x), akkor f(x) = F’(x) fv-t az X valószínűségi változó sűrűségfüggvényének nevezzük.

a) f(x)>=0 minden valós x-re
b) $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$
c) $\int_{-\infty}^{x} f(x)dx = F(x)$
d) $\int_{a}^{b} f(x)dx = F(b) - F(a) = P(a \leq x < b)$

<u>Peremeloszlás</u>: x,y € **Ω**

- Az együttes eloszlás fv: F(x,y) = P((X<x)*(Y<y))
- Ennek ismeretében meghatározható az X $F_x(X)$ és az Y $F_y(Y)$-ja
- A := (Y<∞) esemény biztos esemény, ezért: ((X<x) ∩ (Y<∞)) = (X<x) tehát P((X<x)*(Y<∞)) = F(X,∞)
- A kétdimenziós együttes eloszlás fv-ből F(X,∞) = $\lim_{y\to\infty} F_x(X)$ $\text{és} \lim_{x\to\infty} F(x,y) =$ $F_y(Y)$ összefüggéssel származtatott $F_x(X)$ és $F_y(Y)$ az X és Y valószínűségi változó peremeloszlás függvényének nevezzük, az általa meghatározott eloszlások pedig a peremeloszlások.

<u>Peremsűrűségek</u>: Az alábbiak mindig teljesülnek rájuk

a) $\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)dxdy = 1$
b) $\int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)dy = f_x(x)$
c) $\int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)dy = f_y(y)$
d) $\int_{-\infty}^{x}\int_{-\infty}^{\infty} f(u,y)dudy = F_x(x)$
e) $\int_{-\infty}^{y}\int_{-\infty}^{\infty} f(x,v)dxdv = F_y(y)$