

Egy befektetési döntés

(Temesi: A döntéselmélet alapjai, AULA, 2002, 3. fejezet)

Vállalkozónknak 14 millió forint befektetni való pénze akadt. Két befektetési változatot vizsgál meg:

A_1 : telket vásárolhat a környéken,

A_2 : vagy bankba teszi a pénzét.

A telek éppen 14 millió forintba kerül, és megvásárlásával értékálló befektetésben reménykedik a vállalkozó. Ezért utánanéz, hogy nem lesz-e a környéken olyan változás, amely jelentősen megváltoztatná a telek értékét. Kiderül, hogy ugyan a környék nem éppen a legjobb az ingatlanbefektetések céljára - valószínű, hogy 1%-kal csökken az értéke a következő évre -, ám valószínűsíthető, hogy a városi önkormányzat bevásárlóközpontot épít a közelben, s ekkor a telek értéke akár 10%-kal is nőhet.

A másik lehetőség az, ha bankba teszi a pénzt. A kamatláb most 5%, ám ha felépül a bevásárlóközpont, ez olyan üzleti pezsgést jelenthet, hogy a bank jobb kamatot, 5.5%-ot is tudna fizetni. A bevásárlóközpont építésének valószínűsége a rendelkezésre álló információk alapján 75%.

A szokásos jelölésekkel a nyereség-tábla (ezer forintban):

	S_1 : üzlet épül	S_2 : üzlet nem épül
A_1 - telekvásárlás	1400	- 140
A_2 - pénz a bankban	770	700

A szubjektív valószínűségek: $P(S_1) = 0.75$, $P(S_2) = 0.25$.

Döntés a rendelkezésre álló információk alapján

valószínűségekkel súlyozott sorösszegeket képzünk, a legnagyobb a legjobb.

	S_1	S_2	várható pénzürték
A_1	1400	- 140	1015
A_2	770	700	752.5
$P(S_i)$	0.75	0.25	

Döntés pótlólagos információk alapján

Tegyük fel, hogy vállalkozónknak az az ötlete támad, hogy megkérdezzen egy előrejelzősekkel foglalkozó céget, hogy szerintük épül-e bevásárlóközpont vagy sem? Az előrejelző cég tehát az alábbi lehetőségeket adja hozzá a feladathoz:

Z_1 : az előrejelzés szerint megépül a bevásárlóközpont

Z_2 : az előrejelzés szerint nem épül meg a bevásárlóközpont

Ha megkérdeztük a céget, és ő a fenti lehetőségek közül az egyiket választotta (pozitívan vagy negatívan válaszolt a feltett kérdésre), akkor a valóságban bekövetkező esemény vagy megerősíti, vagy megcáfolja a cég előrejelzését. Megeshet, hogy a cég azt válaszolta nekünk, hogy meg fog épülni a bevásárlóközpont, s az valóban meg is épül. Előfordulhat azonban az is, hogy a cég téved, s a bevásárlóközpont mégsem épül meg.

Használjuk a feltételes valószínűség fogalmát a fentebb elmondottakra és definiáljuk a $P(S_1|Z_1)$, $P(S_2|Z_1)$, $P(S_1|Z_2)$ és $P(S_2|Z_2)$ valószínűségeket! Ezeket a valószínűségeket a továbbiakban **a posteriori valószínűségeknek** nevezzük. A $P(S_2|Z_1)$ például azt jelenti, hogy annak valószínűsége, hogy a bevásárlóközpont nem épül meg, miközben a felkért cég azt jelezte előre, hogy meg fog épülni: $P(S_2|Z_1)$.

Ennek megfelelően a $P(S_1)$, $P(S_2)$ valószínűségeket **a priori valószínűségeknek** fogjuk nevezni.

A felkért előrejelző céget jól jellemzi az, hogy eddigi működése során milyen mértékben "találta el" - pozitív vagy negatív értelemben - a jövőbeni történéseket. A $P(Z_1|S_1)$ és a $P(Z_2|S_2)$ feltételes valószínűségeket (**likelihood-okat**) **beválasztási valószínűségnek** is nevezhetjük, hiszen az első valószínűségi érték azt mutatja, hogy milyen százalékban talált el a cég valamilyen eseményt, ami valóban bekövetkezett, a második valószínűség pedig azt mutatja, hogy milyen százalékban találta el azt, ha az esemény nem következett be. A két valószínűségnek nem kell feltétlenül egyformának lennie, a nagy marketing cégekre vonatkozó vizsgálatok azt mutatják, hogy "negatív" esetet "könnyebb" előrejelezni, mint pozitívat, azaz legtöbbször a második feltételes valószínűség a nagyobb.

Tegyük fel, hogy vállalkozónk felkeresett egy olyan céget, amelynek hosszú évekre vonatkozóan vannak kimutatásai az előrejelzéseinek pontosságáról, s ez alapján az alábbi feltételes valószínűségekkal rendelkezünk:

$$P(Z_1|S_1) = 0.8, \text{ tehát } P(Z_2|S_1) = 1 - P(Z_1|S_1) = 0.2$$

és

$$P(Z_2|S_2) = 0.9, \text{ azaz } P(Z_1|S_2) = 0.1$$

Ha rendelkezésünkre állnak az *a priori* valószínűségek és a *feltételes (beválasztási) valószínűségek*, akkor a **Bayes-tétel** segítségével ki tudjuk számítani a bennünket érdeklő *a posteriori* valószínűségeket - ezeket pedig fel fogjuk használni a várható pénzürték meghatározásánál.

A Bayes-tétellel például a $P(S_i|Z_j)$ valószínűségeket az alábbi képlettel számíthatjuk ki:

$$P(S_i|Z_j) = \frac{P(S_i \cap Z_j)}{P(Z_j)} = \frac{P(Z_j|S_i)P(S_i)}{P(Z_j|S_1)P(S_1) + P(Z_j|S_2)P(S_2)}.$$

Hogyan történik példánkban az a posteriori valószínűségek kiszámítása? A számításokat az alábbi táblázat segítségével követhetjük végig.

	$P(S_i)$	$P(Z_1 S_i)$	$P(Z_1 \cap S_i)$	$P(S_i Z_1)$
S_1	0.75	0.80	0.600	$0.600/0.625 = 0.96$
S_2	0.25	0.10	0.025	$0.025/0.625 = 0.04$

A táblázatból kiszámítható a $P(Z_1) = P(Z_1 \cap S_1) + P(Z_1 \cap S_2) = 0.625$ valószínűség, amely azt adja meg, hogy mennyi a valószínűsége annak, hogy a cég a bevásárlóközpont megépítését fogja előrejelezni. Hasonló számítások után:

$$P(S_1 | Z_2) = 0.4, P(S_2 | Z_2) = 0.6 \quad \text{és} \quad P(Z_2) = 0.375.$$

Most már ki tudjuk számolni az egyes előrejelzésekhez tartozó várható pénzürtéket mindegyik alternatívára. Jelölje a $VP(A_1 | Z_1)$ az A_1 alternatíva várható pénzürtékét az előrejelző cégnek azon jóslata mellett, hogy a bevásárlóközpont meg fog épülni. Hasonlóképpen a $VP(A_2 | Z_1)$ az A_2 várható pénzürtéke, ha az előrejelzés szerint a bevásárlóközpont megépül. A $VP(A_1 | Z_2)$ és $VP(A_2 | Z_2)$ az A_1 és A_2 várható pénzürtéke, ha a cég a bevásárlóközpont megépültének elmaradását jósolja.

A bevásárlóközpont megépülését előrejelző változathoz tartozó várható pénzürtékek:

$$VP(A_1 | Z_1) = 1400 \times 0.96 + (-140) \times 0.04 = \mathbf{1338.4}$$

$$VP(A_2 | Z_1) = 770 \times 0.96 + 700 \times 0.04 = 767.2$$

Ha tehát az előrejelzés szerint a bevásárlóközpont megépül, akkor a helyes döntés a telekvásárlás (az A_1 alternatíva).

Ugyanezen módon kiszámolva az egyes alternatívák várható pénzürtékét, ha az előrejelzés a bevásárlóközpont megépülését negatívan ítéli meg:

$$VP(A_1 | Z_2) = 1400 \times 0.40 + (-140) \times 0.60 = 476$$

$$VP(A_2 | Z_2) = 770 \times 0.40 + 700 \times 0.60 = \mathbf{728}$$

Ha tehát az előrejelzés szerint a bevásárlóközpont nem épül meg, akkor a helyes döntés a bankbetét (az A_2 alternatíva).