9. Valószínűségi (vektor)változó fogalma. Mérhető függvények. Valószínűségi (vektor)változó (együttes) eloszlásfüggvénye (diszkrét esetben eloszlása). Folytonos valószínűségi (vektor)változó sűrűségfüggvénye. Alapvető tulajdonságok. Peremeloszlások, peremsűrűségek.

Valószínűségi változó fogalma:

- olyan mennyiség, melynek értéke nem állandó, de meghatározható, hogy egy konkrét értékre mekkora valószínűségű, vagy hogy mekkora valószínűséggel esik egy adott intervallumba. jele: X
- értékei gyakran egy Ω eseménytérhez rendelt valós számok
- így tehát az eseménytéren egy valós fv-t adunk meg: X: Ω → R
- A valószínűségi változó egy mérhető fv.

Mérhető függvények: f: Ω → R fv mérhető, ha {c : f(c) < x} x valós szám. (Tehát a függvény bármilyen helyen vett értéke kisebb, mint egy előre megadott valós szám.)

Valószínűségi változó eloszlásfüggvénye: Azt adja meg hogy milyen valószínűséggel vesz fel X egy c-nél kisebb értéket: F(c) = P(X < c)

Monoton csökkenő

Valószínűségi vektorváltozó: Egy lehetséges kimenetelt több adat is jellemez.

Együttes eloszlásfüggvény: n = 2 esetén F(c,d) = P((X<c)*(Y<d))

Sűrűségfüggvény: Az X valószínűségi változó sűrűségfüggvénye f(x) pontosan akkor, ha az X-nek az F(X)-el jelölt eloszlás függvény előállítható a következő módon: F(x) = $\int_{-\infty}^{x} f(t)dt$

- Tulajdonságai:
  - Diszkrét eloszlású valószínűségi változónak a sűrűség függvénye páros
  - Csak folytonos eloszlású valószínűségi változónak lehet sűrűség fv-je

Peremeloszlás: x,y € Ω

- Az együttes eloszlás fv: F(x,y) = P((X<x)*(Y<y))
- Ennek ismeretében meghatározható az X $F_x(X)$ és az Y $F_y(Y)$-ja
- A := (Y<∞) esemény biztos esemény, ezért: ((X<x) ∩ (Y<∞)) = (X<x) tehát P((X<x)*(Y<∞)) = F(X,∞)
- A kétdimenziós együttes eloszlás fv-ből F(X,∞) = $\lim_{y\to\infty}$ $F_x(X)$ és $\lim_{x\to\infty} F(x,y) = F_y(Y)$ összefüggéssel származtatott $F_x(X)$ és $F_y(Y)$ az X és Y valószínűségi változó peremeloszlás függvényének nevezzük, az általa meghatározott eloszlások pedig a peremeloszlások.

Peremsűrűségek: Az alábbiak mindig teljesülnek rájuk

a) $\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)dxdy = 1$
b) $\int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)dy = f_x(x)$
c) $\int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)dy = f_y(y)$
d) $\int_{-\infty}^{x}\int_{-\infty}^{\infty} f(u,y)dudy = F_x(x)$
e) $\int_{-\infty}^{y}\int_{-\infty}^{\infty} f(x,v)dxdv = F_y(y)$