21. A nagy számok törvényének Csebicsev-, illetve Bernoulli-féle alakja. A sztochasztikus konvergencia fogalma.

<u>Nagy számok törvénye:</u> A nagy számok törvényei azt mutatják, hogy egy valószínűségi változót sokszor megfigyelve az átlagérték mindig közel van az elméleti várható értékhez. A megfigyelések számának növelésével az eltérés csökken, az átlagértékek konvergálnak a várható értékhez.

<u>Csebicsev-féle gyenge alakja:</u>
Legyenek az x_1, x_2, … , x_n valószínűségi változók függetlenek és rendelkeznek azonos eloszlásfüggvénnyel. ∃a közös $E(x_i)$ és a közös $\sigma^2(x_i)$. Legyen:

$$Z_n = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}$$

Ekkor: $Z_n \overset{at.}{\to} E(x_i)$, azaz

$$\forall \varepsilon > 0: \lim_{n\to\infty} P(|Z_n - E(x_i| \geq \varepsilon) = 0$$

Tehát az x_i valószínűségi változónak átlaga sztochasztikusan konvergál a közös várható értékükhöz.

<u>Bernoulli-féle gyenge alakja:</u>
Tekintsünk egy kísérletet, melynek egyik lehetséges kimenetele A. Jelentse η_n az A esemény bekövetkezésének számát a kísérlet n független végrehajtása során. Ekkor bármely ε>0 esetén:

$$\lim_{n\to\infty} P\left(\left|\frac{\eta_n}{n} - P(A)\right| \geq \varepsilon\right) = 0$$

A tétel csak azt állítja, hogy bármely előre adott számnál nagyobb eltérés egyre valószínűtlenebb.

<u>Sztochasztikus konvergencia:</u> akkor mondjuk, hogy az x_1, x_2, … , x_n valószínűségi változók sorozata sztocgasztikusan konvergál az η valószínűségi változóhoz, ha bármely ε>0 esetén

$$\lim_{n\to\infty} P(|x_n - n| \geq \varepsilon) = 0$$