

7. Klasszikus valószínűségi mezők. Urnamodellek és mintavételi feladatok. Valószínűségek kiszámítása kombinatorikus módszerekkel.

Klasszikus valószínűségi mezők:

- Az elemi események valószínűségei egyenlők. n darab elemi esemény esetén egy esemény valószínűsége $1/n$
- Egy k darab elemi eseményből álló összetett esemény valószínűsége $k \cdot (1/n) = k/n$

Kombinatorikus módszerek:

I. Permutáció:

- a. n elem permutációinak száma: $P_n = n!$
- b. n elem permutációinak száma, ha köztük k_1, k_2, \dots, k_r megegyező van

$$P_n^{1, \dots, k_r} = \frac{n!}{k_1! * k_2! * \dots * k_r!}$$

II. Variáció:

- a. n darab különböző elem közül bármely lehetséges módon kiválasztunk k elemet, és ezek összes permutációját leképezzük \rightarrow megkapjuk n elem k -ad osztály ismétlés nélküli variációját

$$V_{n,k} = n * (n - 1) * \dots * (n - (k - 1)) = \frac{n!}{(n - k)!}$$

- b. ha megengedjük, hogy a kiválasztásnál ugyanaz az elem akárhányszor szerepeljen

$$V_{n,k}^i = n^k$$

III. Kombináció:

- a. n elem közül k -t választunk ki, de nem érdekel minnek a sorrend

$$C_{n,k} = \frac{n!}{k! * (n - k)!} = \binom{n}{k}$$

- b. ha megengedjük az elemek ismétlődését

$$C_{n,k}^i = \frac{(n + k - 1)!}{k! * (n - k)!} = \binom{n + k - 1}{k}$$

Mintavételi feladatok: legyen adott N elemű sokaság s darab I. típusú és $N-s$ darab II. típusú elemet tartalmaz. Ebből a sokaságból veszünk véletlenszerűen n darab mintát. Mi a valószínűsége, hogy a minta pontosan k darab I. típusú elemet tartalmaz. Értethetően: Adott N tárgy, amiből s darab selejtes, a többi pedig jó. Ha kiválasztunk n darabot, akkor mennyi az esélye, hogy ebből pontosan k darab lesz selejtes?

I. Visszatevés nélküli mintavétel esetén:

$$P = \frac{\binom{s}{k} * \binom{N-s}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

II. Visszatevéses mintavétel esetén:

$$P = \frac{\binom{n}{k} * V_{s,k}^i * V_{N-s,n-k}^i}{V_{N,n}^i} = \frac{\binom{s}{k} * s^k * (N-s)^{n-k}}{N^n} \text{ ha } p = \frac{s}{N} \text{ selejtarány akkor}$$

$$P = \binom{n}{k} * p^k * (1-p)^{n-k}$$

p éppen annak a valószínűsége, hogy egy elem, amit kiveszünk, selejtes-e

Urna modellek:

- Statikus fizikai modellek
- adott egy urna, amiben golyók vannak, ebből húzunk. A korábbi képletekkel és a klasszikus valószínűségi mezőkre alkalmazott összefüggésekkel, meghatározható bármilyen a golyókra feltett esemény valószínűsége.