6. Események függetlensége. Páronkénti függetlenség és teljes függetlenség. A függetlenséggel kapcsolatos egyszerűbb tételek.

<u>Események függetlensége</u>:

- A és B az Ω eseménytér két eseménye. Ezt a két eseményt egymástól függetlennek nevezzük, ha $P(A \cap B) = P(A) * P(B)$ azaz akkor, ha A és B együttes bekövetkezésének valószínűsége A és B események valószínűségének szorzatával egyenlő.
- Ha A és B események függetlenek, akkor az A és ~~B~~, ~~A~~ és B, ~~A~~ és ~~B~~ események is függetlenek

<u>Teljes függetlenség</u>: Az $A_1, A_2, \ldots, A_n$ események teljesen függetlenek, ha bárhogyan is választunk közülük bizonyos számú eseményeket, azok együttes bekövetkezési valószínűsége egyenlő az egyes események bekövetkezési valószínűségének szorzatával.

- Igaz rá hogy:
  $P(A_i \cap A_j) = P(A_i) * P(A_j)$ $(i<j)$
  $P(A_i \cap A_k \cap A_j) = P(A_i) * P(A_k) * P(A_j)$ $(i<k<j)$
  $P(A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_j) = P(A_1) * P(A_2) * \ldots * P(A_n)$

<u>Páronkénti függetlenség</u>: A,B,C események páronként függetlenek, ha:

$P(A \cap B) = P(A) * P(B)$ és
$P(A \cap C) = P(A) * P(C)$ és
$P(B \cap C) = P(B) * P(C)$

<u>A függetlenséggel kapcsolatos egyszerűbb tételek</u>:

- Ha $A_1, A_2, \ldots, A_n$ események teljesen függetlenek, akkor közülük k számút a komplementerével helyettesítve ismét teljesen független eseményeket kapunk.
- Ha $A_1, A_2, \ldots, A_n$ események teljesen függetlenek, akkor annak a valószínűsége, hogy közülük legalább az egyik bekövetkezik:

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = 1 - P(P(\overline{A_1}) * P(\overline{A_2}) * \ldots * P(\overline{A_n}))$$

$$Ha\ P(A_i) = P\ akkor\ P\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = 1 - (1-P)^n$$