Hipotézisvizsgálat alapjai

1. *Statisztikai hipotézisek*: $\Theta = \Theta_1 \dot{\cup} \Theta_2$

   H_0 (*nullhipotézis*): $\vartheta \in \Theta_0$

   H_1 (*ellenhipotézis*): $\vartheta \in \Theta_1 = \Theta \setminus \Theta_0$

   A hipotézis *egyszerű*, ha egyetlen elemből áll. Ellenkező esetben *összetett*.

2. *Statisztikai próba*: *X*-et felbontjuk két diszjunkt tartományra: X_0-ra és X_1-re, és az X minta alapján döntünk:
   - X_0: *elfogadási tartomány*: ha X ide esik, akkor H_0–t *elfogadjuk*
   - X_1 : *elutasítási tartomány*: ha X ide esik, akkor H_0–t *elvetjük*.

3. *A hibás döntés típusai:*
   - *elsőfajú hiba*: ha H_0 teljesül, mégis elvetjük
   - *másodfajú hiba*: ha H_0 nem teljesül, mégis elfogadjuk.

4. Általában olyan próbákat keresünk, ahol az elsőfajú hiba nem halad meg egy kicsi (pl. 0,05) értéket, és ilyen feltétel mellett a másodfajú hiba a lehető legkisebb. Ezért H_0 és H_1 szerepe nem szimmetrikus, H_0 elvetése az informatív döntés!

5. Legyen $\Psi(\vartheta) = P_\vartheta(X_1)$. Ha $\vartheta \in \Theta_0$, akkor ez éppen az elsőfajú hiba valószínűsége.

   Próba *terjedelme*: az elsőfajú hibavalószínűségek supremuma, azaz $\alpha = \sup_{\vartheta \in \Theta_0} \Psi(\vartheta)$. (pl. 0,05)

   Próba *szintje* = 1 - terjedelem

   Erőfüggvény: Ψ megszorítva Θ_1-re (tehát a másodfajú hiba valószínűsége: 1-erő)

6. *Véletlenített próba*: ilyenkor megadunk egy $\varphi: X \to [0,1]$ próbafüggvényt. Ha a megfigyelt minta X, akkor $\varphi(X)$ valószínűséggel vetjük el H_0-t. (Speciálisan ha a próba nem véletlenített, akkor φ indikátorfüggvény.)

7. Próbák *összehasonlítása, tulajdonságai* egy adott D próbaosztályban (pl. max. α terjedelmű próbák esetében):
   a) φ_1 *erősebb* φ_2–nél, ha erőfüggvénye Θ_1 minden pontjában nem kisebb.
   b) φ *optimális* D-ben, ha minden D-beli próbánál erősebb.
   c) φ *megengedhető* D-ben, ha nincs nála erősebb D-beli próba
   d) φ *torzítatlan*, ha ereje≥terjedelme
   e) φ_n próbasorozat (φ_n az n elemű mintából van számítva) *konzisztens*, ha az erőfüggvény pontonként 1-hez tart.
8. A próbák rendszerint úgy néznek ki, hogy egy T: $X \rightarrow R$ próbastatisztika alapján döntünk: ha $T>c$, akkor H_0-t elvetjük, egyébként elfogadjuk. c neve: *kritikus érték.*

Elfogadási tartomány a próbastatisztika azon értékeinek halmaza, melyre a nullhipotézist elfogadjuk. A próba szignifikancia szintje határozza meg.

Elfogadási-, kritikus tartomány a próbastatisztika azon értékeinek halmaza, melyre a nullhipotézist elvetjük. A próba szignifikancia szintje határozza meg.

Kritikus érték a próbastatisztika azon értéke, mely az elfogadási és a kritikus tartományt elválasztja. A próba szignifikancia szintje határozza meg.

Pl. u-próbánál ha a szignifikancia szint $1-\alpha$, akkor a kritikus érték u_α, az elfogadási tartomány $[-u_\alpha, u_\alpha]$, a kritikus tartomány pedig $]-\infty;-u_\alpha[$ illetve $]u_\alpha;\infty[$