χ^2 **–próbák** (általában ezeket már nemparaméteresnek tekintik)

Ezek nagymintás, aszimptotikus próbák, azaz nagy minta esetén közelítően ismerjük a próbastatisztika eloszlását, és ezért közelítő kritikus értékeket tudunk adni.

1. ***Diszkrét illeszkedésvizsgálat***

Van n független megfigyelésünk, és r osztályba soroljuk őket. A megfigyelt gyakoriságok: N_1, $N_2, \ldots, N_r$. Azt akarjuk eldönteni, hogy az egyes osztályok valószínűségei az előre adott $p_1, p_2, \ldots, p_r$ számok-e (amelyek összege persze 1).

Tehát:

H_0: az osztálybasorolási valószínűségek az előre adott $p_1, p_2, \ldots, p_r$ számok

H_1: legalább egyik osztály valószínűsége nem annyi

Ha H_0 teljesül és a megfigyelések száma (n) nagy, akkor megközelítően

$T_n = \sum_{i=1}^{r} \frac{(N_i - np_i)^2}{np_i} \sim \chi^2_{r-1}$ (azért $r-1$, mert a gyakoriságok összege rögzített).

Tehát α terjedelmű nagymintás próba:

H_0-t elvetjük, ha $T_n \geq c_\alpha$, ahol c_α az $r-1$ szabadságfokú χ^2-eloszlás $(1-\alpha)$-kvantilise.

(azért egyoldali próba, mert T_n annál nagyobb, minél nagyobb az illesztendő eloszlás eltérése a hipotetikus eloszlástól.)

Folytonos illeszkedésvizsgálat (Kolmogorov-Szmirnov-próba)

$X_1, X_2, \ldots, X_n$ n elemű független minta egy folytonos eloszlásból.

H_0: $P(X_1<x) = F(x)$, ahol F előre adott folytonos eloszlás.

H_1: nem minden x-re teljesül (nem F az eloszlásfüggvény)

Legyen $D_n = \sup_x |F_n^*(x) - F(x)|$ (tehát az elméleti és a tapasztalati eloszlásfüggvény legnagyobb eltérése)

Ha H_0 igaz, akkor $\sqrt{n}D_n \xrightarrow[n\to\infty]{} K$ eloszlásban, ahol K az ún. Kolmogorov-eloszlás. Így K kvantiliseinek ismeretében aszimptotikus próba szerkeszthető.

2. ***Becsléses illeszkedésvizsgálat***

A különbség most az, hogy a $\underline{p}$ vektort nem ismerjük, csak annyit tudunk, hogy egy néhány paraméterrel leírható eloszláscsalád eleme. (Pl. binomiális eloszlást illesztenénk a mintára, de nem tudjuk a paramétert.) Ekkor a nullhipotézis:

H_0: $\underline{p} = (p_1, p_2, \ldots, p_r) \in \{(p_1(\vartheta), p_2(\vartheta), \ldots, p_r(\vartheta)) : \vartheta \in \Theta\}$ ahol $\Theta \subset R^s$.

Ha a megfigyelésekből ML-becsléssel becsüljük a ϑ paramétert, majd ebből meghatározzuk $\underline{p}$-t, akkor H_0 teljesülése esetén közelítően $T_n \sim \chi^2_{r-1-s}$. Tehát tudunk próbát konstruálni.