Intervallumbecslések:

Konfidencia-intervallum normális eloszlás várható értékére, ismert szórásnégyzet mellett.

Alapeloszlás: N(0,1)

Ekkor: $\bar{\xi}_n \sim N(m, \sigma^2/n)$, azaz $\eta = \dfrac{\bar{\xi}_n - m}{\sigma/\sqrt{n}}$ (0,1) paraméterű normális eloszlású v.v.

Legyen $u_{\varepsilon/2}$ olyan, hogy $P(\eta > u_{\varepsilon/2}) = \varepsilon/2$

A szimmetria miatt: $P(\eta < -u_{\varepsilon/2}) = \varepsilon/2$, $\Phi(x) + \Phi(-x) = 1$ ezért

$P(\eta \in [-u_{\varepsilon/2}, u_{\varepsilon/2}]) = 1 - P(\eta > u_{\varepsilon/2}) - P(\eta < -u_{\varepsilon/2}) = 1 - \varepsilon$

Tehát: $P_m\left(\dfrac{\bar{\xi}_n - m}{\sigma/\sqrt{n}} \in [-u_{\varepsilon/2}, u_{\varepsilon/2}]\right) = 1 - \varepsilon$

azaz: $P_m\left(m \in \left[\bar{\xi}_n - u_{\varepsilon/2}\,\sigma/\sqrt{n},\ \bar{\xi}_n + u_{\varepsilon/2}\,\sigma/\sqrt{n}\right]\right) = 1 - \varepsilon$

Tehát az itt látható intervallum egy $1 - \varepsilon$ szintű konfidencia intervallum az m paraméterre.

Konfidencia intervallum normális eloszlás várható értékére, ha nem ismert a szórásnégyzet.

Alapeloszlás: $N(m,\sigma^2)$

Ekkor: $\dfrac{\bar{\xi}_n - m}{s_n^*/\sqrt{n}} = \dfrac{\dfrac{\bar{\xi}_n - m}{\sigma/\sqrt{n}}}{\sqrt{\dfrac{s_n^{*2}}{\sigma^2}}} \sim t_{n-1}$ azaz t eloszlású. Legyen $t_{\varepsilon/2}$ olyan, hogy $P(t_{n-1} > t_{\varepsilon/2}) = \varepsilon/2$. A szimmetria miatt: $P(t_{n-1} < -t_{\varepsilon/2}) = \varepsilon/2$.

Ezért $P(t_{n-1} \in [-t_{\varepsilon/2}, t_{\varepsilon/2}]) = 1 - P(t_{n-1} > t_{\varepsilon/2}) - P(t_{n-1} < -t_{\varepsilon/2}) = 1 - \varepsilon$

Tehát: $P_{m,\sigma^2}\left(\dfrac{\bar{\xi}_n - m}{s_n^*/\sqrt{n}} \in [-t_{\varepsilon/2}, t_{\varepsilon/2}]\right) = 1 - \varepsilon$

Azaz $P_{m,\sigma^2}\left(m \in \left[\bar{\xi}_n - t_{\varepsilon/2}\frac{s_n^*}{\sqrt{n}}, \bar{\xi}_n + t_{\varepsilon/2}\frac{s_n^*}{\sqrt{n}}\right]\right) = 1-\varepsilon$

Konfidencia intervallum normális eloszlású v.v. szórásnégyzetére

Alapeloszlás: $N(m, \sigma^2)$

Belátjuk: $\frac{nS_n^2}{\sigma^2} \sim \chi_{n-1}^2$

Mivel ismerjük χ^2 sűrűségfv.-ét, megadhatunk olyan c_1, c_2 számokat, hogy

$P\left(\chi_{n-1}^2 < c_1\right) = P\left(\chi_{n-1}^2 > c_2\right) = \frac{\varepsilon}{2}$

Azaz $P_{m,\sigma^2}\left(\sigma^2 \in \left[\frac{nS_n^2}{c_2}, \frac{nS_n^2}{c_1}\right]\right) = 1-\varepsilon$